

2018~2019学年天津南开区天津市南开中学高二下学期期中数学试卷

一、选择题 (本大题共10小题, 每小题4分, 共40分)

1. 设*i*为虚数单位，则 $\frac{1-2i}{1+i} + \frac{1+2i}{1-i} = (\quad)$.

A. -1 B. -i C. 1 D. i

2. 下列式子不正确的是()

A. $(3x^2 + \cos x)' = 6x - \sin x$ B. $(\ln x - 2^x)' = \frac{1}{x} - 2^x \ln 2$

C. $(2 \sin 2x)' = 2 \cos 2x$ D. $\left(\frac{\sin x}{x}\right)' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$

3. 函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 在 $[0, 3]$ 上的最大值和最小值分别是 ().

A. 5, -15 B. 5, -4 C. -4, -15 D. 5, -16

4. 4种不同产品排成一排参加展览，要求甲、乙两种产品之间至少有1种其它产品，则不同排列方法的种数是 ().

A. 12 B. 10 C. 8 D. 6

5. 在 $(x - \frac{1}{2x})^{10}$ 的展开式中， x^4 的系数为 ().

A. -120 B. 120 C. -15 D. 15

6. 函数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + bx - 2a^2$ 在 $x = 2$ 时有极值0，那么 $a + b$ 的值为 ().

A. 14 B. 40 C. 48 D. 52

7. 在高三下学期初，某校开展老师对学生的家庭学习问卷调查活动，已知有3名教师对4名学生进行家庭问卷调查，若这3名教师每位至少到一名学生家中问卷调查，又这4名学生的家庭都能且只能得到一名老师的问卷调查，那么不同的问卷调查方案的种数为 ().

A. 36 B. 72 C. 24 D. 48

8. 两家夫妇各带一个小孩一起到动物园游玩，购票后排队依次入园，为安全起见，首尾一定要排两位爸爸，另外，两个小孩一定要排在一起，则这6人的入园顺序排法种数为 ().

A. 48 B. 36 C. 24 D. 12

9. 函数 $f(x) = \ln(x+a) - \frac{x}{x+1}$ 存在两个不同的极值点 x_1, x_2 ，则实数 a 的取值范围是 ().

A. $(\frac{3}{4}, 1) \cup (1, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$

C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, \frac{3}{4})$

10. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - (3m+1)x + 3, & x \leq 0 \\ mx^2 + x \ln x, & x > 0 \end{cases}$ 恰有三个极值点，则 m 的取值范围是 ().

A. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ B. $(-\frac{1}{2}, 0)$ C. $(-1, -\frac{1}{3})$ D. $(-1, -\frac{1}{2})$

二、填空题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

11. 复数 z 满足方程 $1 - i \cdot z = i$ (i 为虚数单位) , 则 $z =$ _____ .
12. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的极小值是 _____ .
13. 二项式 $\left(\frac{2}{x} - \frac{x^2}{3}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 _____ .
14. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{a}$, 过点 $A(a, 0)(a > 0)$, 作与 y 轴平行的直线交函数 $f(x)$ 的图像于点 P , 过点 P 作 $f(x)$ 图像的切线交 x 轴于点 B , 则 $\triangle APB$ 面积的最小值为 _____ .
15. 设定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f'(x) > f(x)$, 则不等式 $e^{x-1}f(x) < f(2x - 1)$ 的解集为 _____ .
16. 某单位安排7位员工在春节期间大年初一到初七值班, 每人值班1天, 若7位员工中的甲、乙排在相邻的两天, 丙不排在初一, 丁不排在初七, 则不同的安排方案共有 _____ 种.

三、解答题（本大题共3小题，共36分）

17. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx (a, b \in \mathbf{R})$ ，若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处有极值 -4 .

(1) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值.

18. 已知函数 $f(x) = e^x - mx$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性.

(2) 当 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值是 1 时，求 m 的值.

19. 已知函数 $f(x) = 2x - \frac{a}{x} - 8 \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $A(1, f(1))$ 处取得极值，求过点 A 且与 $f(x)$ 在 $x = a$ 处的切线平行的直线方程.

(2) 当函数 $f(x)$ 有两个极值点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ ，且 $x_1 \neq 1$ 时，总有 $\frac{a \ln x_1}{1 - x_1} > m(5x_2 - x_2^2)$ 成立，求实数 m 的取值范围.